Prep-for-Study

Studienvorbereitungsprogramm

Modulbeschreibung

Mathematik

Inhaltsverzeichnis

Modulbeschreibung 3
Themen während des Studienvorbereitungsprogramms 4
  Analysis 4
  Analytische Geometrie 4
  Freie Themen 4
Literatur 5
Inhaltsbeschreibung 5
  1. Grundlagen 5
  2. Gleichungen 6
  3. Funktionen 7
  4. Differentialrechnung 8
  5. Integralrechnung 9
  6. Vektorrechnung 10
  7. Beweismethoden 11
Anforderungsbereiche (siehe KMK) 12
Fachspezifische Operatoren (mit Zuordnung der Anforderungsbereiche): 12
Fachterminologie 13
  Grundbegriffe im Fach Mathematik 13

Modulbeschreibung

Modulbezeichnung	Mathematik
Studiensemester:	1 und 2
Modulverantwortliche(r):	Dr. Stephan Schaeidt
Unterrichtssprache:	Deutsch
Lehrform/SWS:	7 Vorlesungen in Präsenz / im Durchschnitt 7 SWS / maximal 30 Teilnehmer*innen
Arbeitsaufwand:	Die Präsenzzeit dieses Moduls umfasst bei 32 SWS 224 Veranstaltungsstunden (= 168 Zeitstunden). Der Gesamtumfang des Moduls / Arbeitslast beträgt 294 h. Daher stehen für das Eigenstudium einschließlich Prüfungsvorbereitung, jeweils in Zeitstunden und summiert 126 h zur Verfügung.
Kreditpunkte:	Keine
Voraussetzungen nach Prüfungsordnung	Keine
Empfohlene Voraussetzungen:	Sprachkenntnisse B1
Studien-/Prüfungsleistungen/ Prüfungsformen:	Schriftliche Eignungsfeststellungsprüfung

Themen während des Studienvorbereitungsprogramms

Die Lernziele richten sich nach den Anforderungen zum erfolgreichen Bestehen der Allgemeinen Hochschulreife des Saarlandes. Grundlage bilden die verbindlichen Lehrpläne, die auf dem Server des Bildungsministeriums veröffentlicht sind: https://www.saarland.de/mbk/DE/portale/bildungsserver/themen/unterricht-und-bildungsthemen/lehrplaenehandreichungen/lehrplaeneallgemeinbildende/gymnasiale-oberstufte-GOS/lehrplaene_GOS_node.html

Folgende Themen werden innerhalb des Studienkollegs behandelt:

Analysis

Grundlegende Funktionen

Monotonie und Stetigkeit

Folgen und Grenzwert

Reihen

e-Funktion und ln-Funktion

gebrochen-rationale Funktionen

Differentialrechnung

Integralrechnung

Extremwertaufgaben

Analytische Geometrie

Einführung von gerichteten Größen

Addition/Subtraktion von Vektoren

Lagebeziehungen (Skalarprodukt)

Lineare (Un-)Abhängigkeit (Spatprodukt)

Berechnung von Flächen und Volumina (Vektorprodukt, Spatprodukt)

Gerade und Ebene: verschiedene Formen, Schnittmenge

Abstandsbetrachtungen

Freie Themen

Kreis und Kugel

Rotationsvolumen

Hornerschema versus Polynomdivision

vollständige Induktion

Literatur

Mathematik GOS Hauptphase I
Skript + Aufgaben, Heil/Olmscheid, Nr. 220, ISBN 978-3-942896-20-7
Lösungen, Heil/Olmscheid, Nr. 221, ISBN 978-3-942896-21-4

Mathematik GOS Hauptphase II
Skript + Aufgaben, Heil/Olmscheid, Nr. 222, ISBN 978-3-942896-22-1
Lösungen, Heil/Olmscheid, Nr. 223, ISBN 978-3-942896-23-8

Mathematik GOS Hauptphase III
Skript + Aufgaben, Heil/Olmscheid, Nr. 224, ISBN 978-3-942896-24-5
Lösungen, Heil/Olmscheid, Nr. 225, ISBN 978-3-942896-25-2

Mathematik GOS Hauptphase IV
Skript + Aufgaben, Heil/Olmscheid, Nr. 226, ISBN 978-3-942896-26-9
Lösungen, Heil/Olmscheid, Nr. 227, ISBN 978-3-942896-27-6

Inhaltsbeschreibung

1. Grundlagen

Lerninhalte:

- Mathematische Fachsprache
- Termumformungen
- elementares Rechnen mit reellen Zahlen
- Prozentrechnen
- Potenzgesetze
- Logarithmengesetze

Lernziele:

Die Teilnehmer*innen sollen den sicheren Umgang mit den mathematischen Grundrechenregeln beherrschen. Sie können einfache Termumformungen mit Hilfe des Assoziativ- und Distributivgesetzes durchführen. Termumformungen stellen die wesentliche Grundlage für das Lösen von Gleichungen dar. Wesentliche Aufgaben ist das Zusammenfassen von gleichnamigen Termen sowie die Umformung von Summen zu Produkten und umgekehrt. Darüber hinaus können die Teilnehmer*innen die Potenz- und Logarithmengesetze sicher anwenden.

2. Gleichungen

Lerninhalte:

- lineare Gleichungen und Ungleichungen einer Variablen
- Betragsgleichungen
- quadratische Gleichungen
- biquadratische Gleichungen
- Bruchgleichungen
- Wurzelgleichungen
- lineare Gleichungssysteme
- Gauß-Verfahren
- Exponentialgleichungen
- Lösungsverfahren (Polynomdivision, Horner-Schema)

Lernziele:

Das Lösen von Gleichungen stellt die Grundlage für die Untersuchung von Funktionen dar. Hierbei ist die Anwendung von Äquivalenzumformungen sicher zu stellen. Für das Lösen von Gleichungen werden die unterschiedlichen Verfahren angewandt. Die sichere Anwendung der mathematischen Grundgesetze wird vorausgesetzt. Ausgehend von den linearen Gleichungen werden die Strategien für quadratische Gleichungen sowie Bruch- und Wurzelgleichungen angewandt. Zur Lösung von quadratischen Gleichungen wird die sichere Anwendung der binomischen Formeln sowie die Methode der quadratischen Ergänzung angewandt. Dies stellt die Grundlage für die Untersuchung von Funktionen dar (Nullstellen, Scheitelpunkt). Beim Lösen von Bruch- und Wurzelgleichungen werden die Ergebnisse mit der Definitionsmenge verglichen oder die Probe zur Überprüfung der Ergebnisse angewandt. Beim Lösen von linearen Gleichungssystemen werden die 3 Lösungsverfahren – Gleichsetzungs-, Einsetzungs- und Additionsverfahren – vertieft. Das Lösen von linearen Gleichungssystemen mithilfe des Gaußschen Verfahrens stellt auch einen Übergang zum Rechnen mit Matrizen dar. Die Teilnehmer*innen können lineare Gleichungssysteme mit den genannten 4 Methoden sicher lösen und die Ergebnismenge angeben. Das Lösen von Exponentialgleichungen setzt die Kenntnis der Potenz- und Logarithmengesetze voraus. Die sichere Anwendung von Polynomdivision bzw. Hornerschema ist die Grundlage für die Untersuchung von gebrochenrationalen Funktionen bzw. der Faktorisierung von Termen mit Potenzen höherer Ordnung.

3. Funktionen

Lerninhalte:

- Polynomfunktionen und ihre Eigenschaften
- graphische Darstellung im Koordinatensystem
- Umkehrfunktionen
- gebrochenrationale Funktionen
- Exponentialfunktionen
- Logarithmusfunktionen
- trigonometrische Funktionen

Lernziele:

Die Teilnehmer*innen können für die Polynomfunktionen die typischen Eigenschaften – Nullstelle, y-Achsenabschnitt, Monotonie und Stetigkeit – sowie das Verhalten der Funktion an den Rändern bestimmen und beschreiben. Anschließend können Sie mithilfe der obigen Ergebnisse den Verlauf der Funktion in einem Koordinatensystem skizzieren/zeichnen.

4. Differentialrechnung

Lerninhalte:

- Folgen und Grenzwerte
- Stetigkeit von Funktionen
- Begriff der Ableitung (Differenzenquotient)
- Ableitungsregeln
- Untersuchung von einfachen Funktionen
- Untersuchung von Funktionsscharen
- Bestimmung von Funktionen
- Extremwertaufgaben

Lernziele:

Mit der Einführung von Folgen erlernen die Teilnehmer*innen die Konvergenz von Folgen zu untersuchen und können den Häufungspunkt (Grenzwert) einer Folge bestimmen. Die Konvergenz von Folgen ist eine Grundvoraussetzung zur Untersuchung der Stetigkeit von Funktionen. Die Teilnehmer*innen kennen die Definition der Ableitung und können die Definition auf Grundfunktionen anwenden. Basierend auf der Definition der Ableitung können die Teilnehmer*innen die Grundregeln der Ableitung anwenden – Potenz-, Summen-, Produkt-, Quotienten- und Kettenregel. Die Ableitungen werden angewandt, um weitere Eigenschaften der Funktionen zu bestimmen – Extrempunkte, Wendepunkte. Auf der Grundlage der erweiterten typischen Eigenschaften von Funktionen können die Teilnehmer*innen anschließend auch Funktionen bestimmen. Die Behandlung von Extremwertaufgaben stellt die Anwendung der Differentialrechnung sicher.

5. Integralrechnung

Lerninhalte:

- Stammfunktionen
- Flächenberechnung einfacher Funktionen
- uneigentliche Integrale
- bestimmte/unbestimmte Integrale
- Hauptsatz der Integral- und Differentialrechnung
- Integrationsregeln: Substitution, partielle Integration
- Volumenberechnung bei Rotationskörpern

Lernziele:

Die Integralrechnung ist die „Umkehrung" der Integralrechnung. Die Teilnehmer*innen können die Stammfunktionen der Grundfunktionen nennen und berechnen. Die Integralrechnung stellt dabei im Wesentlichen die Bestimmung von Flächen unterhalb der Funktion da. Die Bestimmung dieser Flächen wird mithilfe der bestimmten Integrale mit den Grundfunktionen gesichert. Neben der Anwendung der Grundregeln der Integralrechnung – Faktor- und Summenregel – werden die erweiterten Integrationsregeln – Substitution und partielle Integration – systematisch erarbeitet. Die Teilnehmer*innen können sowohl einfache Integrale wie auch komplexere Integrale unter Anwendung der Integrationsregeln bestimmen. Die Teilnehmer*innen können unter Anwendung aller Regeln die Volumina unterschiedlicher Funktionen, die um eine Achse rotieren (Rotationskörper) bestimmen.

6. Vektorrechnung

Lerninhalte:

- Definition einer gerichteten Größe
- Rechnen mit Vektoren
- Betrag eines Vektors
- lineare (Un-) Abhängigkeit von Vektoren, Linearkombination
- Skalarprodukt von Vektoren
- Vektorprodukt von Vektoren
- Spatprodukt von Vektoren
- Geradengleichung
- Ebenengleichung: unterschiedliche Darstellungsformen
- Lagebeziehungen (Schnittwinkel, Schnittpunkte, Schnittgerade, Abstand)

Lernziele:

Mit der Einführung der Vektorrechnung können die Teilnehmer*innen im mehrfachdimensionalen Raum sowohl Punkte als auch Geraden und Ebenen bestimmen. Die Teilnehmer*innen kennen die Definition eines Vektors (Anfangspunkt, Richtung und Länge) und können die Lagebeziehung zweier Vektoren mithilfe des Skalarproduktes bestimmen. Die Anwendung des Vektorproduktes wird zur Berechnung von eingeschlossenen Flächen zwischen zwei Vektoren angewandt. Mit der Einführung des Spatproduktes kann sowohl die lineare Unabhängigkeit mehrerer Vektoren als auch das aufgespannte Volumen (Spat) berechnet werden. Die Teilnehmer*innen können die Lagebeziehung zwischen Punkt-Gerade, Gerade-Gerade, Gerade-Ebene und Ebene-Ebene bestimmen und die Schnittpunkte zwischen Gerade-Gerade und Gerade-Ebene berechnen. Gleiches gilt für die Bestimmung des Abstandes zwischen Punkt-Gerade und Punkt-Ebene.

7. Beweismethoden

Lerninhalte:

- direkter Beweis
- indirekter Beweis
- vollständige Induktion

Lernziele:

Die Beweisverfahren sind in eine wichtige Technik, um neue Axiome zu etablieren. Die vollständige Induktion nimmt unter den mathematischen Beweismethoden eine besondere Stellung ein. Die Teilnehmer*innen kennen das Verfahren der vollständigen Induktion und können dies auf einfache Beispiele sicher anwenden.

Anforderungsbereiche (siehe KMK)

I. Wiedergeben von Sachverhalten und Kenntnissen, Anwenden und Beschreiben geübter Techniken und Verfahren

II. Selbstständiges Auswählen, Anordnen, Verarbeiten, Erklären und Darstellen bekannter Zusammenhänge auf vergleichbare neue Zusammenhänge

III. Verarbeiten (neuer) komplexer Sachverhalte mit bekannten Techniken und Verfahren (Transfer)

Fachspezifische Operatoren (mit Zuordnung der Anforderungsbereiche):

Angeben, Nennen (I)

Anwenden (I, II)

Begründen (II, III)

Berechnen (I)

Beschreiben (I, II)

Bestätigen (I, II)

Bestimmen (II, III)

Beurteilen (III)

Beweisen (III)

Entscheiden (II)

Ergänzen, vervollständigen (I)

Erstellen (I)

Herleiten (II)

Interpretieren (II, III)

Skizzieren (I, II)

Untersuchen (II)

Vergleichen (II, III)

Zeichnen (I, II)

Zeigen, nachweisen (II, III)

Zuordnen (I, II)

Fachterminologie

Grundbegriffe im Fach Mathematik

Fachbegriff	Beschreibung
Definitionsbereich	Menge der gültigen Einsetzungen in einen (Funktions-)Term
Wertebereich	Menge der Werte, die sich anhand der gültigen Einsetzungen berechnen (lassen)
Term	Kombination aus Zahlen, Variablen, Rechenzeichen
Variable	Anstelle einer Variablen können Werte aus der Definitionsmenge eingesetzt werden
Nullstellen	Schnittpunkte einer Funktion mit der x-Achse
Funktion	Abbildungsvorschrift der Definitionsmenge zu einer Wertemenge y=f(x). Im Koordinatensystem bezeichnet man mit f(x) den Graphen der Funktion.
Schnittpunkt	Punkt, der auf mehreren Graphen gleichzeitig liegt
Y-Achsenabschnitt	Schnittpunkt eines Graphen mit der y-Achse
Monotonie	Beschreibt den Verlauf eines Graphen (wachsend bzw. fallend) Eine Gerade ist entweder steigend, fallend oder konstant
Stetigkeit	Ein Graph hat keine Sprünge bzw. Lücken
Scheitelpunkt	An diesem Punkt liegt ein Monotoniewechsel vor. Der höchste bzw. niedrigste Punkt einer Parabel.
Differenzenquotient	Wird u. a. zum Berechnen der Steigung einer Geraden benutzt: $\frac{\Delta y}{\Delta x}$
Steigung	Ist ein Maß für die Veränderung eines Graphen
Grenzwert	Beschreibt das Verhalten eines Graphen an einer beliebigen Stelle. Häufig wird das

	Verhalten eines Graphen an den Rändern des Definitionsbereichs untersucht (→ Asymptote)
Asymptote	Beschreibt das Verhalten eines Graphen im Unendlichen (somit für sehr kleine bzw. große Einsetzungen) (→ $\lim_{x \to +\%\infty} f(x)$)
Periodendauer	Zeiteinheit, nach der eine periodische Funktion ihre Funktionswerte wiederholt
Periode	Intervalllänge (x-Achse), nach der die Funktion ihre Funktionswerte wiederholt